

Übungen zu Integrierter Kurs II - Festkörper und Statistische Physik Blatt 1

Übungsleiter:

Dr. Andrea Donarini (3.1.24, phone 2040)
Sebastian Putz (4.1.36, phone 2032)

(theory, Tue 12h-14h c.t., Phy 7.3.14)
(experiment, Thu 10h-12h c.t., Phy 7.3.14)

Part I: Theory

1.1 Klassische Wahrscheinlichkeiten zum Warmwerden

- a) Was ist der Erwartungswert (statistischer Mittelwert) beim Würfeln mit einem ungezinkten Würfel?
(1 Punkt)
- b) Eine Münze wird dreimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
(i) zweimal *Zahl*
(ii) mindestens einmal *Zahl* erscheint? (3 Punkte)
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zweimaligem Würfeln
(i) mindestens eine 3 gewürfelt wird?
(ii) genau eine 3 gewürfelt wird? (3 Punkte)
- d) In einer Box sind zwei schwarze Kugeln und eine weiße.
(i) Es wird zweimal mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beide Male eine schwarze Kugel zu ziehen?
(ii) wie (i), aber ohne Zurücklegen. (3 Punkte)
- e) In einer Urne sind 5 schwarze, 4 weiße und 3 rote Kugeln. Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
(i) genau zwei schwarze (weiße, rote) Kugeln zu ziehen?
(ii) mindestens eine schwarze (weiße, rote) Kugel zu ziehen? (3 Punkte)

1.2 Gleicher Geburtstag

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von N Studenten mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben? Wie lautet das Ergebnis für $N = 10$? Bei welcher Anzahl N ist diese Wahrscheinlichkeit gerade $1/2$? (5 Punkte)

1.3 The Meaning of Never (*in class*)

Suppose 10^{10} monkeys sit at typewriters. Every monkey hits 10 keys per second on a typewriter with 25 keys (no distinction between uppercase and lowercase letters).

- a) What is the probability that the monkeys reproduce by chance a given sequence of $N = 5$ letters? How long will this take (on average)?
- b) What is the probability that any sequence of $N = 10^5$ characters will match Shakespeare's *Hamlet* which has approximately 10^5 characters?
- c) What is the probability that the correct *Hamlet* will be typed by any monkey during the age of the Universe (which is 10^{18} seconds $\sim 10^{10}$ years)?

Part II: Experiment

1.4 Totale Differenzial

a) Geben Sie das totale Differenzial der Funktion:

$$G(x, y) = \cos(Ax) + \sin(By)$$

an.

(1 Punkt)

b) Finden Sie die stationären Punkte der Funktion $G(x, y)$.

(1 Punkt)

c) Welche der in Teil b) berechneten Punkte entsprechen Maxima der Funktion $G(x, y)$, welche sind Minima und welche Sattelpunkte?

1.5 Wegintegral

Gegeben seien zwei Funktionen $A(x, y)$ und $B(x, y)$. Zeigen Sie, dass das Wegintegral

$$I = \int_1^2 (A(x, y)dx + B(x, y)dy)$$

genau dann unabhängig vom Integrationsweg ist, wenn $\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}$. Die Zahlen 1 und 2 deuten Start- und Endpunkt an.

(3 Punkte)

Hinweis: Formulieren Sie das Integral so um, dass Sie den Stokesschen Satz anwenden können.

1.6 Energieaufnahme eines strömenden Mediums

Betrachten Sie ein Rohr mit konstantem Durchmesser, durch welches ein Medium der Durchflussrate \dot{V} fließt. Am Eingang des Rohrs herrsche der Druck p_1 , am Ausgang beträgt der Druck p_2 . Zeigen Sie, dass die vom Medium aufgenommene Leistung $P = (p_2 - p_1)\dot{V}$ beträgt. Welche Leistung nimmt das Medium bei einer Druckdifferenz von 1 bar und einem Volumenstrom von 1 Liter/s auf? (3 Punkte)

1.7 Wärmekapazität und Entropie

Die Wärmemenge, die benötigt wird, um einen Körper der Masse $m = 1$ kg um 1 K zu erwärmen, wird spezifische Wärmekapazität genannt. Für Wasser beträgt diese Größe $c_V \approx 4000 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$. Ein geschlossenes Gefäß (Volumen: 1 Liter) ist vollständig mit Wasser gefüllt und wird quasistatisch von 10°C auf 20°C erwärmt. Berechnen Sie die Änderung der Entropie durch diesen Vorgang. (3 Punkte)