Fakultät für Physik WS 12/13
Prof. Christian Back, Prof. Milena Grifoni

Übungen zu Integrierter Kurs II - Festkörper und Statistische Physik

Blatt 4

Übungsleiter:

Dr. Andrea Donarini (3.1.24, phone 2040) (theory, Tue 12h-14h c.t., Phy 7.3.14)
Sebastian Putz (4.1.36, phone 2032) (experiment, Thu 10h-12h c.t., Phy 7.3.14)

Part I: Theory

4.1 Entropieänderung bei Durchmischung

Zwei ideale einatomige Gase haben beide die Temperatur T, die Teilchenzahl N und ein Volumen V. Die beiden Volumina grenzen aneinander. Die Zustandsumme $\Omega(E, V, N)$ ist bei

$$\ln \Omega(E, V, N) = \frac{3N}{2} \ln \left(\frac{E}{N}\right) + N \ln \left(\frac{V}{N}\right) + N \ln c$$

gegeben.
Die Wand zwischen ihnen wird nun seitlich herausgezogen, so dass die Gase sich vermischen können. Wie groß ist die Entropieänderung bei diesem Prozess, wenn es sich um (i) gleiche Gase oder um (ii) verschiedene Gase (zum Beispiel Helium- und Argongas) handelt? Warum sind die Ergebnisse unterschiedlich? (Hinweis: denken Sie an das Gibbs-Paradoxon.) (2 points)

4.2 Druckbeiträge in einem Gasgemisch

In einem Volumen V befindet sich eine Mischung idealer Gase (mit jeweils N_i Teilchen der i-ten Sorte, $i = 1, ..., m$). Geben Sie die Zustandsumme $\Omega(E, V, N_1, ...N_m)$ an und berechnen Sie daraus den Druck. Wie tragen die einzelnen Bestandteile zum Druck bei? (2 points)

4.3 Ideales Spinsystem (2., 3., and 4. in class)

In einem Kristalgitter befindet sich an jedem Gitterplatz ein ungepaartes Elektron. Mit dem Spin $\mathbf{s}_\nu$ (hier ohne dem Faktor $\hbar$) des ν-tes Elektrons ist ein magnetisches Moment $\mu_\nu = -\mu_B \mathbf{s}_\nu$ verknüpft; dabei ist $\mu_B = e\hbar/(2m_e c)$ das Bohrschen Magneton. Im Magnetfeld hat ein Teilchen die Energie $\varepsilon = -\mu \cdot \mathbf{B}$. Relativ zum Feld $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ kann sich der Spin parallel oder antiparallel einstellen, $s_{z,\nu} = \pm 1/2$. Die Mikrozustände $r = (s_{z,1}, s_{z,2}, ..., s_{z,N})$ haben die Energie

$$E_r(B) = 2\mu_B B \sum_{\nu=1}^{N} s_{z,\nu}.$$

1. Zeigen Sie, dass die Zustandsumme $\Omega(E, B)$ bei

$$\ln \Omega(E, B) = -\frac{N}{2}\left(1 - \frac{E}{N\mu_B B}\right) \ln \left(\frac{1}{2} - \frac{E}{2N\mu_B B}\right) - \frac{N}{2}\left(1 + \frac{E}{N\mu_B B}\right) \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{E}{2N\mu_B B}\right).$$

   gegeben ist. Nehmen Sie an, dass $n \gg 1$ und $N - n \gg 1$. (2 points)

2. Finden Sie die Temperatur als Funktion der Energie, $T(E)$.

3. Welche Energie ergibt sich für $T \to \infty$? Welche Temperatur ergibt sich für $E = E_{max}$?

4. Geben Sie das Verhältnis $n/(N-n)$ der (mittleren) Besetzungszahlen und die Energie E als Funktionen der Temperatur an. Was folgt aus der Bedingung $T \geqslant 0$ für das Verhältnis der Besetzungszahlen?

Part II: Experiment

4.4 Dampfdruck

Lst man 2.565 g Harnstoff ($M = 60.1\times10^{-3}$ kg·mol^{-1}) in 52.45 g Wasser ($M = 18.016\times10^{-3}$ kg·mol^{-1}), so erniedrigt sich dessen Dampfdruck auf 20.330 mbar. Wie gro ist der Dampfdruck des reinen Wassers bei der gewählten Temperatur? (1 Punkt)

4.5 Gefrierpunktserniedrigung

Der Druck eines Schlittschuhes auf dem Eis erzeugt eine Gefrierpunktserniedrigung. Reicht dieser Effekt aus, um einen Wasserfilm zu erzeugen, auf dem der Schlittschuh gleitet? Der Eisläufer habe eine Masse von 80 kg, seine beiden Schlittschuhe liegen jeweils auf einer Länge von 10 cm und einer Breite von 4 mm auf. Berechnen Sie damit die Gefrierpunktserniedrigung, die sich aus der Clausius-Clapeyron-Gleichung ergibt. (2 Punkte)

4.6 Mischentropie

Wenn beim Mischen zweier Stoffe immer $\Delta S > 0$ gilt, warum mischen sich dann z.B. Wasser und Öl nicht? Verändert Erhitzen oder Abkühlen die Mischbarkeit? (1 Punkt)

4.7 Inversionskurve des Joule-Thomson-Prozesses

Das Vorzeichen des Joule-Thomson-Koeffizienten

$$\mu_{\mathrm{JT}} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \frac{V}{C_P}(T\alpha - 1)$$

bestimmt, ob es im gleichnamigen Prozess zu einer Abkühlung oder Erwärmung kommt.

1. Bestimmen Sie die durch μ_{JT} definierten Inversionskurven $T = T_{\mathrm{i}}(v)$ und $P = P_{\mathrm{i}}(T)$ für das van der Waals-Gas mit der Zustandsgleichung

$$P = -\frac{a}{v^2} + \frac{RT}{v-b}$$

   und dem molaren Volumen $v = V/\nu$. (2 Punkte)

2. Skizzieren und diskutieren Sie die Kurve $P_{\mathrm{i}}(T)$. (1 Punkt)